

ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ – ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να υπολογίσετε τους λογαρίθμους χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

α) $\log_5 \sqrt{125}$

β) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27}$

γ) $\log_{\sqrt{5}} 125$

δ) $\log_{\frac{1}{2}} 16$

2. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\log_a a^2 \div \log_a \sqrt{a} =$

β) $\log_2 16 \cdot \log_2 8 =$

γ) $\log_a \sqrt{\alpha \sqrt{\alpha \sqrt{\alpha}}} =$

δ) $2^{2-\log_2 5} =$

ε) $\log_8 (\log_4 (\log_2 16)) =$

ζ) $2\log_5 \sqrt{5} + 3\log_2 8 =$

3. Να υπολογίσετε την τιμή του x:

α) $e^{-\ln 5} = x$

β) $\frac{\ln 81}{\ln 3} = x$

γ) $10^{2\log 3} = x$

δ) $\log_3 (2x+1) = 2$

ε) $\log_x 25 = 2$

ζ) $\log_x 16 = \frac{2}{3}$

η) $\log_x \left(\frac{81}{16}\right) = 4$

θ) $\log_2 \left(\frac{1}{2}\right) = x$

4. Να αποδείξετε τις ισότητες:

α) $\frac{1}{2} \log(x^2 - 9) + \log \sqrt{\frac{x+3}{x-3}} = \log|x+3|$

β) $\ln \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \log_{\pi} e^4 = -2$

γ) $\frac{\log 7 (\log_2 7 + \log_5 7)}{\log_2 7 \cdot \log_5 7} = 1$

5. Αν $\ln x = 3$ και $\ln y = 4$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \ln \frac{x^4 y^3}{e^2} + \ln \frac{1}{x}$.

6. α) Να δείξετε ότι οι αριθμοί $\log \frac{1}{3}$, $\log 3$, $\log 27$ αποτελούν αριθμητική πρόοδο.

β) Να δείξετε ότι $\sum_v = \log 3^{v(v-2)}$.

7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \log_x (12 - 3x)$.

Απ: $(0,1) \cup (1,4)$

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log_5 x = \log_{25}(4x - 3)$

β) $\log_2 3x = \log_4(15x - 6)$

γ) $\log_2(9^{x-1} + 11) = 2 + \log_2(3^{x-2} + 4)$

δ) $\log(2^x + 2 \cdot 3^x) + \log 81 = x \log 3 + \log 178$

ε) $10 \cdot x^{\log x} = \sqrt{x^5}$

ζ) $3 \log_3 x - 2 \log_x 27 = 3$

η) $\log x - 3 \log_x 10 = 2$

θ) $2^{\log x} + 3 \cdot 4^{\log x} = 52$

ι) $\log(4^x - 2) = x \log 2$

ια) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3x-7} = \left(\frac{4}{3}\right)^{7x-3}$

ιβ) $2 \cdot 9^x - 7 \cdot 3^x + 3 = 0$

ιγ) $2^x + \frac{6}{2^x} = 5$

ιδ) $e^x - e^{-x} = \frac{8}{3}$

ιε) $5^{x-2} - 3 \cdot 2^{x-3} = 7 \cdot 5^{x-3} - 2^x$