

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ Γ' κατ.****24/03/2020**

- 1) Να υπολογίσετε το άθροισμα:  $\sum_{k=1}^{10} (6k^2 + 2k - 40)$ .
- 2) Δίνεται η δύο φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο  $x_0 = 0$ . Αν  $f(0) = 2$  και  $f''(x) = xe^x + e^x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , να βρείτε τον τύπο της  $f$ .
- 3) Να μελετήσετε ως προς την κυρτότητα την συνάρτηση  $y = x \text{τοξεφ}x$ .
- 4) Δίνεται η έλλειψη  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  με  $\alpha > \beta$  και εκκεντρότητα  $\varepsilon = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- α) Να δείξετε ότι  $\alpha = 2\beta$ .
- β) Αν η ευθεία  $y = \lambda x + \kappa$  τέμνει την έλλειψη στα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του μέσου  $M$  της χορδής  $\Gamma\Delta$  είναι  $M\left(-\frac{4\lambda\kappa}{1+4\lambda^2}, \frac{\kappa}{1+4\lambda^2}\right)$ .
- γ) Αν επιπλέον η χορδή  $\Gamma\Delta$  περνά από το σημείο  $(1, 0)$  να βρείτε την εξίσωση της καμπύλης πάνω στην οποία βρίσκεται ο γεωμετρικός τόπος του μέσου  $M$ .